



Apellidos:

SOLUCIÓN

Nombre:

Ejercicio 1:

Sea el autómata a pila AP = $\{ \Sigma, \Gamma, Q, q_0, A_0, f, \emptyset \}$, con $\Sigma = \{ a, b \}$, $\Gamma = \{ A_0, A \}$, $Q = \{ q_0, q_1 \}$ y f definida mediante los 5 movimientos siguientes:

- ① $f(q_0, a, A_0) = (q_0, AA_0)$
- ② $f(q_0, a, A) = (q_0, AA)$
- ③ $f(q_0, b, A) = (q_1, A)$
- ④ $f(q_1, b, A) = (q_1, \lambda)$
- ⑤ $f(q_1, \lambda, A_0) = (q_0, \lambda)$

- a) Construir a partir del AP, utilizando el algoritmo correspondiente, una gramática G que genere el mismo lenguaje y depurarla (7 puntos).
- b) Comprobar la generación en G y aceptación en AP de las palabras aab y aabbb (2 puntos).
- c) ¿Qué lenguaje reconoce el AP y genera G? (1 punto).

25 minutos

a) Se pide construir una G que genere el lenguaje aceptado por AP:

AP = $\{ \{ a, b \}, \{ A, A_0 \}, \{ q_0, q_1 \}, A_0, q_0, f, \emptyset \}$

G = $\{ \Sigma_T, \Sigma_N, P, S \}$, $\Sigma_T = \Sigma$ del AP, $\Sigma_N = \{ S \} \cup \{ [q A p] / q, p \in Q, A \in \Gamma \}$, S = Axioma

ALGORITMO (para obtener las producciones P de G):

1. $S ::= [q_0 A_0 p], \forall p \in Q$
2. $[q A q_{m+1}] ::= a[q_1 B_1 q_2], [q_2 B_2 q_3], [q_3 B_3 q_4], \dots, [q_m B_m q_{m+1}]$
 Todas las posibles secuencias que llevan de q_1 a q_{m+1} para cada símbolo $B_1, B_2, B_3, \dots, B_m$ introducido en la pila. $\forall q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_m, q_{m+1} \in Q; A, B_1, B_2, B_3, \dots, B_m \in \Gamma; a \in \Sigma \cup \{ \lambda \}$
 Si los movimientos de la función de transición f son del tipo: $(q_1 B_1 B_2 B_3 \dots B_m) \in f(q a A)$
3. Si $m = 0$, es decir, si no se introduce nada en la pila:
 $[q A q_i] ::= a, \forall q_i \in Q$
 Si los movimientos de la función de transición f son del tipo: $(q_i \lambda) \in f(q a A)$

$S ::= [q_0 A_0 q_0] \mid [q_0 A_0 q_1]$

1º movimiento: $[q_0 A_0 q_0] ::= a[q_0 A q_0] [q_0 A_0 q_0] \mid a[q_0 A q_1] [q_1 A_0 q_0]$
 $[q_0 A_0 q_1] ::= a[q_0 A q_0] [q_0 A_0 q_1] \mid a[q_0 A q_1] [q_1 A_0 q_1]$

2º movimiento: $[q_0 A q_0] ::= a[q_0 A q_0] [q_0 A q_0] \mid a[q_0 A q_1] [q_1 A q_0]$
 $[q_0 A q_1] ::= a[q_0 A q_0] [q_0 A q_1] \mid a[q_0 A q_1] [q_1 A q_1]$



Apellidos:

SOLUCIÓN

Nombre:

3º movimiento: $[q_0 A q_1] ::= b [q_1 A q_1]$

$\begin{matrix} D \\ E \end{matrix}$

$[q_0 A q_0] ::= b [q_1 A q_0]$

$\begin{matrix} C \\ H \end{matrix}$

4º movimiento: $[q_1 A q_1] ::= b$

$\begin{matrix} E \end{matrix}$

5º movimiento: $[q_1 A_0 q_0] ::= \lambda$

$\begin{matrix} F \end{matrix}$

SE REDENOMINAN LAS TERNAS Y SE DEPURA LA GRAMÁTICA

$S ::= A \mid B$ $A ::= aGA \mid aDF$ $B ::= aCB \mid aDG$ $C ::= aCG \mid aDH \mid bH$ $D ::= aCD \mid aDE \mid bE$ $E ::= b$ $F ::= \lambda$	<p>Eliminar símbolos no accesibles:</p> <p>G y H (aDG, aDH, bH)</p> <p>Eliminar reglas no generativas:</p> <p>$C ::= aCC$</p> <p>Eliminar todas las afectadas por la regla anterior: aCA, aCB, aCD</p>
$S ::= aDF$ $D ::= aDE \mid bE$ $E ::= b$ $F ::= \lambda$	<p>Se sustituyen en S y D las reglas:</p> <p>$E ::= b$</p> <p>$F ::= \lambda$</p>
$S ::= aD$ $D ::= aDb \mid bb$	<p>Producciones definitivas</p> <p>GRAMÁTICA DEPURADA</p>

b)

Se prueban las 2 palabras: $aab \notin L$ y $aabbb \in L$ en AP:

Palabra aab: $[q_0 aab A_0] \vdash [q_0 ab AA_0] \vdash [q_0 b AAA_0] \vdash [q_1 \lambda AAA_0]$ **NO ACEPTA**

Palabra aabbb: $[q_0 aabbb A_0] \vdash [q_0 abbb AA_0] \vdash [q_0 bbb AAA_0] \vdash [q_1 bb AAA_0] \vdash$

$[q_1 b AA_0] \vdash [q_1 \lambda A_0] \vdash [q_1 \lambda \lambda]$ **ACEPTA**

Se prueban las 2 palabras: $aab \notin L$ y $aabbb \in L$ en la G:

Palabra aab: $S \rightarrow aD \rightarrow aaDb \rightarrow (NO)$; $S \rightarrow aD \rightarrow abb \rightarrow (NO)$

Palabra aabbb: $S \rightarrow aD \rightarrow aaDb \rightarrow aabbb$ (SI)

c)

El lenguaje que acepta el AP es: $L = \{ a^n b^{n+1} / n \geq 1 \}$



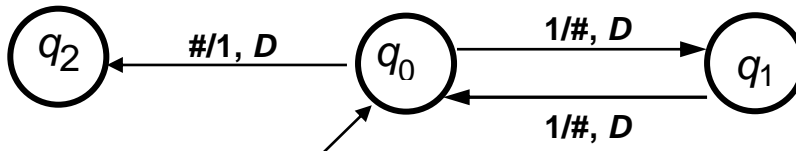
Apellidos:

SOLUCIÓN

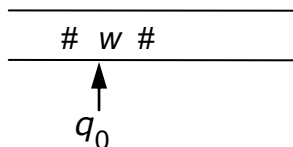
Nombre:

Ejercicio 2:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:



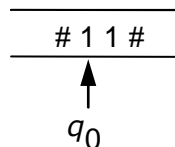
Y cuya configuración inicial es la siguiente:



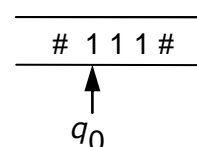
Donde $w \in 1^*$ es un número entero codificado en unario. M inicialmente está en el estado q_0 leyendo el primer 1 de w .

a) ¿Qué función aritmética sobre cada w calcula M ? ¿Cuál es la configuración final de M tras recibir las entradas de los apartados a.1) y a.2)? (1,5 puntos)

a.1)



a.2)



b) Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de una Máquina de Turing Universal (MTU) programada para simular a la máquina M con la entrada del apartado a.1). Utilicen la siguiente codificación binaria: $q_0 \equiv 00$; $q_1 \equiv 01$; $q_2 \equiv 10$; Izqda I $\equiv 1$; Dcha D $\equiv 0$ (1,5 puntos)

c) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo localizador cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a.1). (1 punto)

d) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo transcriptor cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a.1). ¿En qué estado termina el módulo transcriptor? ¿Por qué? (2 puntos)

e) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de simular el primer movimiento que realiza la máquina M con la entrada del apartado a.1). ¿A qué estado accede el módulo simulador tras recolocar el *? ¿Por qué? (2 puntos)

f) Escribir (y describir brevemente) el contenido final de la cinta de la MTU cuando termine de simular a la máquina M con la entrada del apartado a.1). ¿En qué estado se para la MTU? (2 puntos)

NOTA: Todos los apartados se responderán en la carilla de atrás.

Se da fotocopia con el grafo de la MTU (por favor, no escriban en esa hoja).

30 minutos

Continuación ejercicio 2. RESPUESTAS. SOLUCIONES

Apartado a) a.1) y a.2)

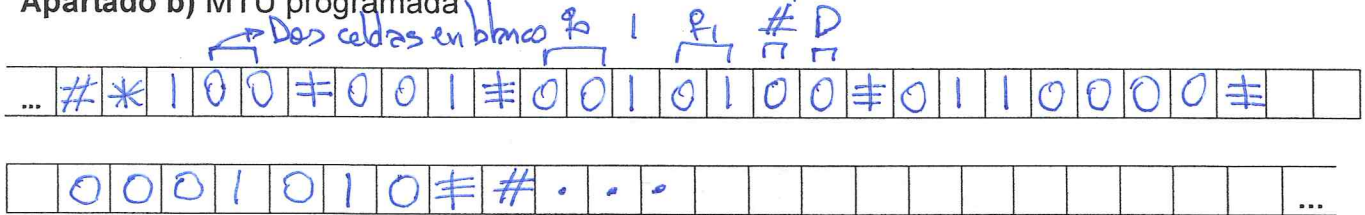
a.1) $q_0 \vdash q_1 \vdash q_0 \# \vdash 1 q_2 \#$ Función aritmética: $(w+1) \bmod 2$

a.2) $q_0 \vdash q_1 \vdash q_0 \vdash q_1 \#$

$w \text{ par} \Rightarrow \# \#$

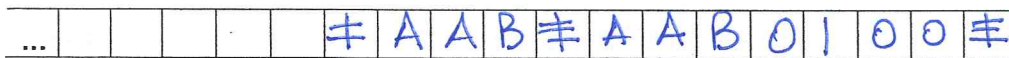
$w \text{ impar} \Rightarrow \# \#$

Apartado b) MTU programada



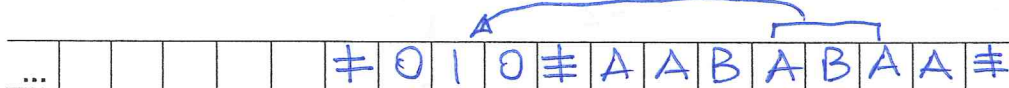
*: Sobre la celda que inicialmente lee M $\neq 001 \neq$
 3 registros, uno por cada movimiento de M
 $q_0 \vdash \rightarrow$ Símbolo que inicialmente lee M
 Estado inicial de M

Apartado c) Mód. Localizador (escribid sólo la parte de la cinta que cambia)



Busca la secuencia del REG inicial (001) al comienzo de los registros hasta localizarla. Marca los 0 \rightarrow A; 1 \rightarrow B para recordar qué símbolos ya ha examinado

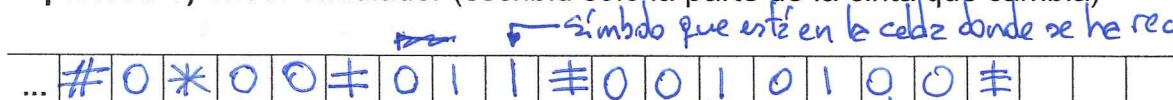
Apartado d) Mód. Transcriptor (escribid sólo la parte de la cinta que cambia)



Transcribe 010 en las celdas del REG inicial.

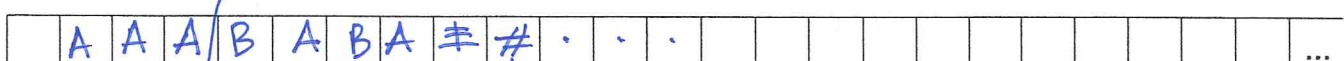
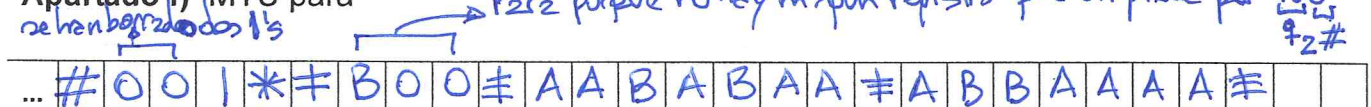
Termina en q_{12} (q_{14}) porque memoriza el valor del desplazamiento de la cabeza (0) para transmitírselo al módulo simulador (que necesita saberlo para recordar el *)

Apartado e) Mód. Simulador (escribid sólo la parte de la cinta que cambia)



se borró un 1
 q_{22} se restituye el registro
 La MTU (el mód. sim.) transita a q_{22} tras recordar el * porque memoriza que en la celda donde ha recordado el * había un 1 (que almacenó en la última celda del REG inicial).

Apartado f) MTU para



Para con un único 1 en la cinta y leyendo el # a la derecha (donde está el *)

q_{15} Tras marcar y recordar todos los REG, el mód. localizador buscando un 1, se encuentra la 1ª celda en blanco por la derecha \Rightarrow para en q_{15} .